資料

長野県工技センター研報
No.5,p.P52-P55(2010)

表面粗さ曲線のフラクタル解析

児野武郎*

Fractal Analysis of Surface Roughness Curve

Takeo CHIGONO

表面粗さ測定は，部品表面の仕上げ具合の評価手法として普及している。しかし，表面の微細な構造が，部品の製品機能に影響を及ぼすようになってきていると考えられるにつれ，その評価手法もより高度化することが求められている。例えばこれまで表面粗さ曲線の評価といえば，高さや波形の間隔などを数値で表すことが主流であった。しかしこれからは、曲線の持つ特徴をより定量的に求める手法が必要となってくる。フラクタル解析は図形の複雑さを定量化する手法であり，表面粗さ曲線の解析にも応用できると考えられる。そこで，ボックスカウンティング法によるフラクタル解析を用いて，表面粗さ曲線の持つ特徴を定量化する手法を試みた。

キーワード：表面粗さ曲線，製品機能，フラクタル解析，ボックスカウンティング法

1　はじめに

表面粗さ曲線は旋削痕のような三角波のパターンのようなものから，研削面やラップ面のようなランダムな構造を持つものまでさまざまなものがある。これまで表面粗さパラメータといえば曲線の高さや曲線間隔を計算したパラメータが主流であるが，それでは製品機能を正確に特徴付けることは難しく，表面粗さ曲線そのものの特徴を分析するパラメータは存在しなかった。

フラクタル解析は，図形の持つ複雑さを自己相似という観点で解析し，定量化する手段として有用と考えられている。経験的に表面粗さ曲線もフラクタルの性質を持っていると考えられる。そこから表面粗さ曲線をフラクタル解析することで, 加工条件(フライス加工・研削加工)ごとにその性質を定量化する試みを行った。

2　フラクタルとは

「フラクタル」とはごく簡単には「『全体』と『部分』が自己相似になっている図形[1)]」のことで，ベノワ・マンデルブロにより提唱された。自然界にはこの性質が一般的に存在していると考えられているが，特に有名な例として, たとえば図1のようなリアス式海岸の海岸線があげられる。これはかなり複雑な形をしているが，一部を拡大すると，見えなかったさらに細かい海岸線が見えてくる。つまり，海岸線は拡大しても拡大しても同じように複雑な形状をしている。例えば，水たまりの淵を眺めていると海岸線のように見えることから，この性質が理解できよう。このような性質をもつ図形を「フラクタル幾何」と呼ぶ。もし海岸線が完全なフラクタル幾何であれば，その海岸線の長さは理論上無限大になる。理論的に考案されたフラクタル幾何を図2に示す。

図2のコッホ曲線を例に，フラクタルの描き方を示す。まず(a)に長さが１の線分がある。これを(b)のように、４本使って正三角形を作る。次にこの線分を(c)のように、１辺を三等分してそれぞれ三角形を作る。そしてこの操作を無限に繰り返していくと，コッホ曲線と呼ばれる図形が現れる。これによりどれだけ拡大しても，同じ形の集合で構成されるフラクタル図形が描くことができる。これは理論上，無限の長さをもつ図形となる。

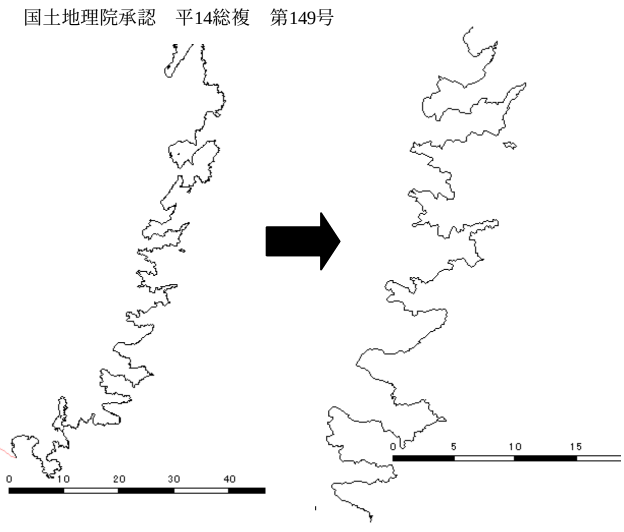
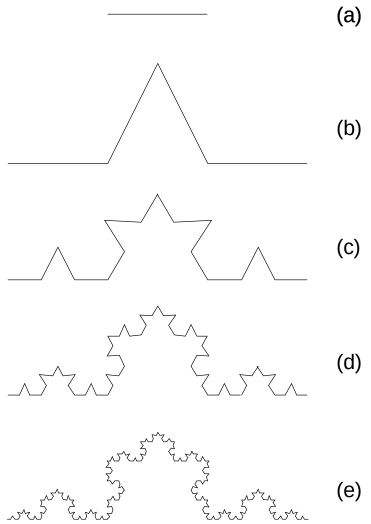
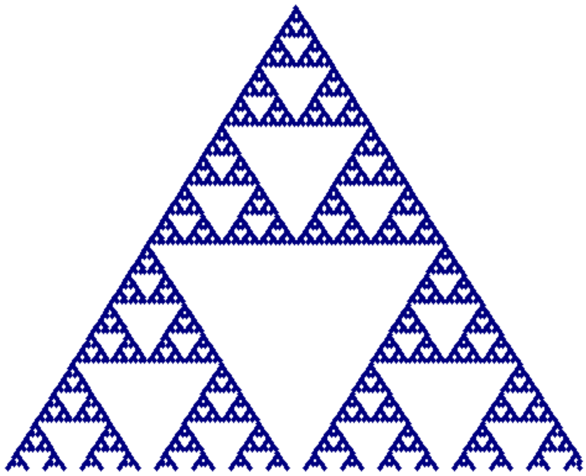


図１　リアス式海岸の海岸線（岩手県三陸海岸）
（この地図は白地図KenMapを利用して作成した）

*　測定部

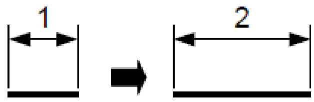


(i)　コッホ曲線

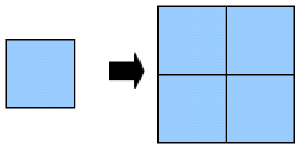


(ii)　シェルピンスキーのギャスケット

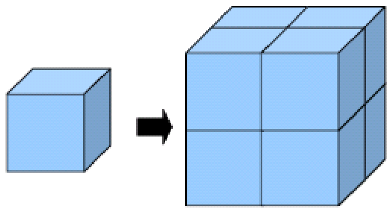
図2　フラクタル幾何の例



(a)　1次元



(b)　2次元



(c)　3次元

図3　フラクタル次元の計算

これらフラクタルの性質はさまざまな分野に応用されている。その数学的美しさからコンピューターグラフィックスの表現方法や，どれだけ拡大しても相似図形でできていることから画像の圧縮手法[2)]としても研究されている。また単純な式で複雑な形状を表現できるため，グラフィックの描画エンジンも開発されている。

3　フラクタル次元とその解析法

図形の解析手法として，フラクタル次元の解析がある。これは図形の複雑さを定量化することができるため，例えば細胞形状のフラクタル次元を計算することで，細胞の異常を検出する手法[3)]が研究されている。

我々は直感的に，1次元は線分，2次元は面，3次元は立体と知っているが，それぞれのフラクタル次元を求めてみる。まず図3(a)のように，長さが1の線分を例えば2倍して線分を作る。全体の長さは元の図形の2倍になる。次に図3(b)のように一辺の長さが1の面の一辺の長さを2倍にする。すると，面積は4倍になる。そして図3(c)のように立体の一辺を2倍すると8倍の図形になる。

これは，それぞれ2^1，2^2，2^3と表現でき，各々の乗数1，2，3がフラクタル次元を示す。ここから，図形の一辺をn倍してN個の図形ができる場合，そのフラクタル次元はそのnの乗数であるといえる。これは式（3.1）のように示すことができる。この時のdをフラクタル次元と呼ぶ。

$$N = n^d \qquad \cdot\cdot\cdot(3.1)$$

これを図2のコッホ曲線に適用すると，そのフラクタル次元は，

$$4 = 3^d \qquad \cdot\cdot\cdot(3.2)$$

$$\log 4 = d \log 3 \qquad \cdot\cdot\cdot(3.3)$$

$$d = \frac{\log 4}{\log 3} = 1.261859\cdots \qquad \cdot\cdot\cdot(3.4)$$

となる。フラクタル幾何は非整数の次元を持ち，これを利用して図形の複雑さを数値化することができる。

4　ボックスカウンティング法

数学的に純粋なフラクタル幾何であれば，そのフラクタル次元を理論的に求めることは可能である。しかし，実際の形状データでは，フラクタル次元を計算で求めることは困難である。そこで，フラクタル次元を近似的に

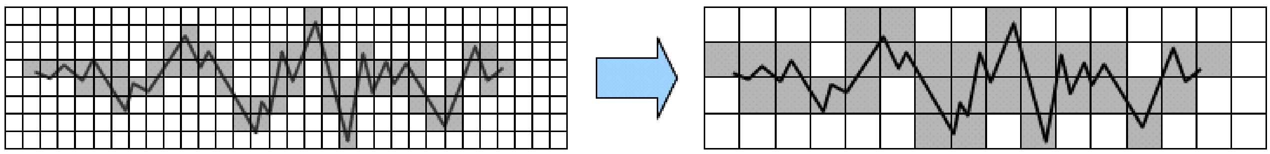


図5　ボックスカウンティング法

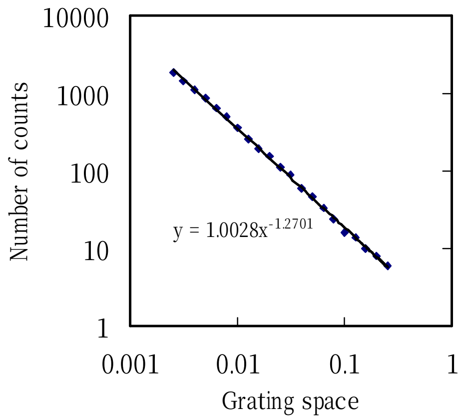


図6　両対数グラフ

表１　ボックスカウンティング法によるフラクタル次元

	計算値	理論値
コッホ曲線	1.2701	1.2619
シェルピンスキーのギャスケット	1.5692	1.5850

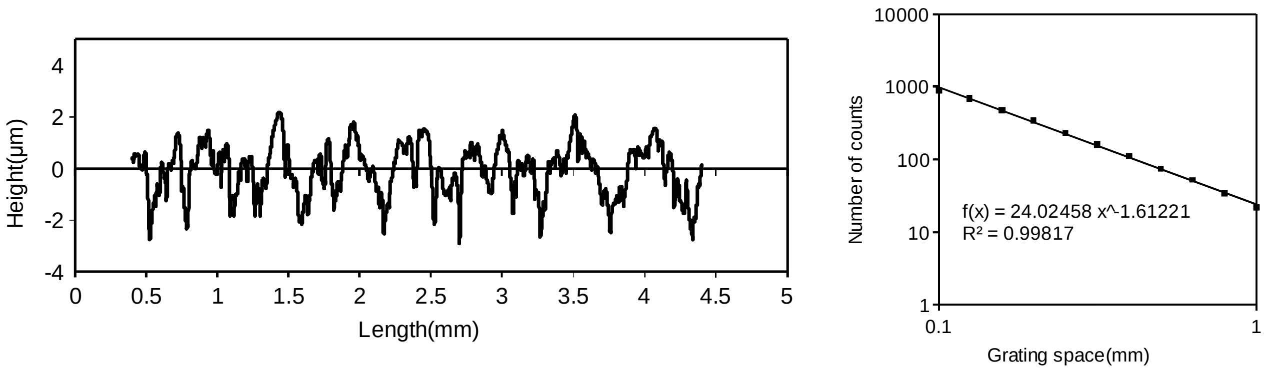


図7　表面粗さ曲線のフラクタル解析例（研削加工面　最大高さ呼び値6μm）

求める手法としてボックスカウンティング法がある。その概要を図5に示す。

(1)　図形を格子で覆う。
(2)　図形の構成要素が存在する格子の数をカウントする。（図5では灰色の格子）
(3)　格子の大きさを変化させながら，同じ様に格子の数をカウントしていく。
(4)　図6のように格子の大きさとカウントした格子の数を両対数グラフにプロットし，最小自乗曲線を求める。
(5)　その乗数をフラクタル次元とする。

以上の操作をC言語によるプログラムと表計算ソフトで処理するように構成した。表1に，コッホ曲線とシェルピンスキーのギャスケットのフラクタル次元をボックスカウンティング法で求めた結果を示す。どちらも有限の長さを持っているため厳密には一致しないが，近似的に求められている。

5　表面粗さへの応用

実際の表面粗さ曲線では，横のスケールに対して縦のスケールが小さい場合が多く，そのままフラクタル次元を求めると，ほぼ一次元(線分)として計算されてしまう。そのため，高さ方向データを1000倍して計算を行った。様々な表面粗さ曲線でフラクタル次元を比較する場合には，同じ縮尺のデータを用意する必要がある[4)]。

研削加工面の表面粗さ曲線のフラクタル次元を解析した例を図7に示す。両対数グラフでもほぼ線形にプロットできているため，これらの曲線はフラクタル幾何であると考えられる。

図8に表面粗さ標準片の測定結果を示す。研削加工面及びフライス加工表面についてそれぞれ1.5S、3S、6Sの呼び値を持つ表面粗さ標準片を測定した。呼び値はそれぞ

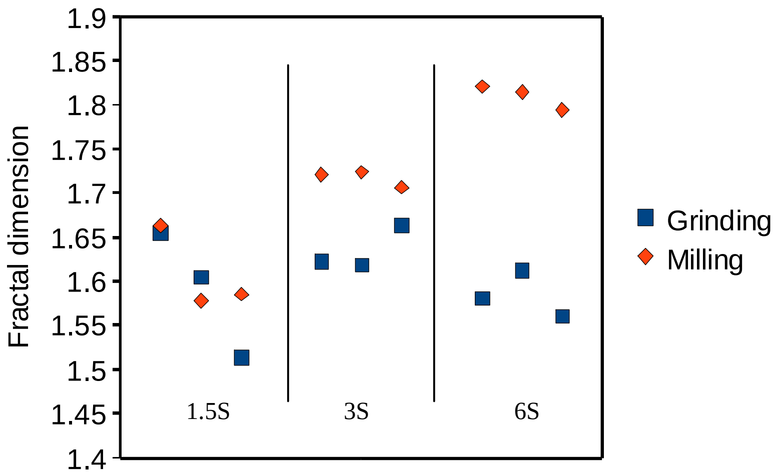


図8　研削加工面及びフライス加工面におけるフラクタル次元の計算結果

れ表面粗さ曲線の最大高さで1.5μm、3μm、6μmを示している。標準片ごとに3回測定を行い，分布を確認した。1.5Sではあまり差はないが，3S，6Sでは加工法により差が出ていることがわかる。また，研削加工面ではフラクタル次元はそれほど変化していないが，フライス加工面では表面粗さごとに変わっていることも確認できた。

6　おわりに

表面粗さ曲線のフラクタル次元を算出する試みを行った結果，良好な線形性を示していることから表面粗さ曲線はおおよそフラクタル幾何であると考えられる。解析結果はスケール，測定ピッチ，分解能などに左右される可能性があるため，測定条件を一致させるなど考慮する必要がある。また，ボックスカウンティング法はボックスの大きさが図形の画素ピッチに近づくほど誤差が大きくなるため，近似曲線をフィッティングする際，できるだけ直線となる部分を選択[4)]することも必要である。

これにより表面粗さ曲線を観察する際，表面粗さパラメータで違いが現れなくても，波形の特徴を示す量として使用できる可能性がある。

今回は表面うねり成分を除去して表面粗さ曲線を解析対象としているが，うねりという長波長成分が失われることでフラクタル性も減衰していると考えられる。今後は表面うねりを含む曲線での評価も行う予定である。

「神は細部に宿り給う」というが，生物の組織構造がフラクタルになっているのも，少ない情報で複雑な組織を構成できる遺伝子の戦略と考えることもできる。表面粗さなどの各種測定結果の波形も自然のものと考えれば，フラクタル解析を行うこともそれなりに有用ではないだろうか。

参考文献.

1)　ベノワ・B・マンデルブロ．フラクタル幾何学，日経サイエンス，1984
2)　例えば，安島克憲．乱流フラクタル圧縮，1996
3)　高安秀樹他．フラクタル画像解析の細胞診断への応用，MEDICAL IMAGING TECHNOLOGY，15，5，(1997)
4)　溝上展也他. 樹冠縦断面形のフラクタル次元算出法，九州大学農学部演習林報告，70, 53-62，(1994)